Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

Klasa I gimnazjum – ETAP REJONOWY
I spotkanie konkursowe – 24 listopada 2012 r. - Zestaw II

1. Porównaj liczby: 1,(36) oraz $\frac{19}{14}$.

2. Oblicz:
$$\frac{0{,}5 : 1{,}25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{5} - \frac{3}{11}}{(1{,}5 + \frac{1}{4}) : 18\frac{1}{3}} : \frac{1}{3}$$

3. Mydło w kształcie prostopadłościanu po pewnym czasie zmniejszyło swoje wymiary do połowy. O ile procent objętość mydła zmniejszyła się po zmydleniu?

4. Spośród liczb całkowitych dodatnich, mniejszych niż 2012, wybieramy wszystkie te, które są podzielne przez 3, a przy dzieleniu przez 7 dają resztę 5. Ile jest takich liczb?

5. Po skróceniu ułamka
$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 29 \cdot 30}{7 \cdot 3^{17} + 5 \cdot 3^{16} + 4 \cdot 3^{15}}$$
otrzymano ułamek nieskracalny. Jaki jest mianownik tego nieskracalnego ułamka?

6. Wskaż wszystkie liczby naturalne czterocyfrowe, które są podzielne przez 4, a iloczyn ich cyfr jest równy 24.

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.
Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.
Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 02 lutego 2013 r.

Tematyka:

1. Obliczanie pól wielokątów.
2. Układ współrzędnych.
3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.
4. Kąty wierzchołkowe, naprzemianległe, przyległe, odpowiadające.
5. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne różnych wielokątów.

1. Oblicz pole czworokąta $ABCD$ mając dane współrzędne punktów $A = (-2, -3)$, $B = (7, -4)$, $C = (1, 1)$, $D = (-1, -7)$.

2. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)

$2x-8$		$3-2x$
	$-2x-4$	

b)

$2x-8$	$-x+1$	$4-4x$

c))

	$-2n^2-1$	n^2
	$3n^2$	

3. Punkty $A = (-2, 4)$, $B = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, którego pole jest równe 24. Znajdź współrzędne punktu C wiedząc, że:
a) trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą,
b) trójkąt ABC jest prostokątny,
c) pierwsza współrzędna punktu C jest równa -3.
Uwaga: Każdy z podpunktów traktujemy jako osobne zadanie.

4. Dany jest prostokąt $ABCD$ o polu S. Punkty E, F, G i H dzielą odpowiednio boki AB, BC, CD, i DA w stosunku $1 : 2$, tzn. $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FC|} = \frac{|CG|}{|GD|} = \frac{|DH|}{|HA|} = \frac{1}{2}$. Oblicz pole równoległoboku $EFGH$.

5. W czworokącie $ABCD$ kąty przy wierzchołkach A i B są proste. Jaki jest stosunek pól trójkątów ADB i ACB, jeżeli wiadomo, że pole czworokąta $ABCD$ jest trzykrotnie większe niż pole trójkąta ACB?

6. W trójkącie równoramiennym ABC, w którym $|AC| = |BC|$, poprowadzono dwusieczną AD kąta przy wierzchołku A. Wiadomo dodatkowo, że $|AD| = |AB|$. Jaka jest miara kąta $\angle ACB$?

7. Dane są punkty o współrzędnych $(-3, -1)$, $(3, -1)$, $(1, 3)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

8. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli umowa między dłużnikiem a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej, oraz że wszystkich rat jest 10.

9. Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2012}$, oblicz $\frac{b}{a+3b}$.

10. W trójkącie ABC kąt A ma miarę $60°$, a kąt B ma $70°$. Przedłużono bok BC poza C i znaleziono na tym przedłużeniu punkt D taki, że $|CD| = |CA|$. Oblicz miary kątów trójkąta ACD.

11. Miary zewnętrznych kątów trójkąta pozostają w proporcji $6 : 7 : 11$. Znajdź miarę kąta między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.

12. W trójkącie równoramiennym ABC, gdzie $|AB| = |BC|$, miara jednego z kątów zewnętrznych jest równa $100°$. Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

13. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o podstawach AB i CD mamy $|BC| = |CD| = |DA|$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC. Oblicz miary kątów tego trapezu.

14. Obwód prostokąta ma 112 cm. Dwusieczna jednego z jego kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok w stosunku $2 : 3$. Oblicz długości boków tego prostokąta.

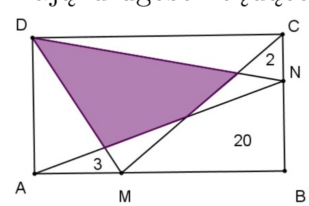
15. W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość CD tworzy z bokiem AC kąt o mierze $30°$. Kąt wewnętrzny przy wierzchołku B w tym trójkącie jest dwukrotnie większy niż kąt wewnetrzny przy wierzchołku C. Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC.

16. W trójkąt o kątach $40°$, $70°$, $70°$ wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta.

17. Czy istnieje sześciokąt wypukły, w którym cztery kąty wewnętrzne są proste?

18. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2020, których przyprostokątne mają długości będące liczbami naturalnymi?

19. Dany jest prostokąt $ABCD$. Odcinki poprowadzone z punktów M i N do wierzchołków prostokąta dzielą ten prostokąt na osiem części. Na rysunku zaznaczono pola trzech z nich. Jakie jest pole zacieniowanej części?



20. Niech P będzie dowolnym punktem czworokąta wypukłego $ABCD$. Punkt ten połączono z punktami K, L, M, N, będącymi środkami odpowiednio boków AB, BC, CD i DA. Udowodnij, że suma pól czworokątów $AKPN$ i $CMPL$ jest równa sumie pól czworokątów $BLPK$ i $DMPN$.

21. Przekątna czworokąta wypukłego dzieli na połowę odcinek łączący środki przeciwległych boków tego czworokąta. Udowodnij, że przekątna dzieli ten czworokąt na dwa trójkąty o równych polach.

Uwaga. W przygotowaniach do II spotkania konkursowego można wykorzystać:

Zbiór zadań - *„Liga Zadaniowa”* - str.69-73 i 76-90;

„Koło matematyczne w szkole podstawowej” - str.145-166;

„Koło matematyczne w gimnazjum” - str. 117-132.